REPÚBLICA PORTUGUESA

EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

# Exame Final Nacional de Matemática B

**Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2018**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos. 14 Páginas

---

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Para cada resposta, identifique o grupo e o item.

Apresente as suas respostas de forma legível.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

---

Nas respostas aos itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos visualizados na sua utilização, mais precisamente, consoante a situação:

- os gráficos obtidos, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

---

# Formulário

## Geometria

**Comprimento de um arco de circunferência:**

$\alpha r$ ($\alpha$ – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; $r$ – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r}{180}$ ($\alpha$ – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; $r$ – raio)

### Áreas de figuras planas

**Losango:** $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

**Trapézio:** $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

**Polígono regular:** $Semiperímetro \times Apótema$

**Sector circular:**

$\frac{\alpha r^2}{2}$ ($\alpha$ – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; $r$ – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r^2}{360}$ ($\alpha$ – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; $r$ – raio)

### Áreas de superfícies

**Área lateral de um cone:** $\pi r g$ ($r$ – raio da base; $g$ – geratriz)

**Área de uma superfície esférica:** $4\pi r^2$ ($r$ – raio)

**Área lateral de um cilindro reto:** $2\pi r g$ ($r$ – raio da base; $g$ – geratriz)

### Volumes

**Pirâmide:** $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

**Cone:** $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

**Esfera:** $\frac{4}{3}\pi r^3$ ($r$ – raio)

**Cilindro:** $Área\ da\ base \times Altura$

## Progressões

Soma dos $n$ primeiros termos de uma progressão $(u_n)$:

- **Progressão aritmética:** $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$
- **Progressão geométrica:** $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

## Probabilidades e Estatística

Se $X$ é uma variável aleatória discreta de valores $x_i$ com probabilidade $p_i$, então:

- **Valor médio** de $X$:
  $\mu = p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n$
- **Desvio padrão** de $X$:
  $\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \ldots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se $X$ é uma variável aleatória normal de valor médio $\mu$ e desvio padrão $\sigma$, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

Página em branco

## GRUPO I

Uma quinta dedica-se à produção e ao comércio vitivinícolas e ao enoturismo.

**1.** A quinta tem um terreno destinado, na sua totalidade, ao cultivo de vinhas de duas castas: touriga nacional e touriga franca.

A área do terreno destinada à touriga nacional não pode exceder $50$ hectares.

A área do terreno destinada à touriga franca não pode exceder $40$ hectares.

Pretende-se obter um determinado subsídio e, para o conseguir, é necessário efetuar um investimento inicial, para o qual está fixado um valor mínimo.

Cada hectare de vinha da casta touriga nacional tem um custo inicial de $36$ euros, e cada hectare de vinha da casta touriga franca tem um custo inicial de $45$ euros.

Sabe-se que o seguinte sistema de restrições permite determinar as áreas possíveis para o cultivo de vinhas de cada casta.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 50 \\ y \leq 40 \\ x + y \leq 60 \\ 36x + 45y \geq 1800 \end{cases}$$

Neste sistema, $x$ representa o número de hectares do terreno que podem ser destinados ao cultivo de vinha da casta touriga nacional, e $y$ representa o número de hectares do terreno que podem ser destinados ao cultivo de vinha da casta touriga franca.

**1.1.** Identifique:

– o valor mínimo do investimento inicial;

– a área total do terreno.

**1.2.** Está previsto que cada hectare de vinha da casta touriga nacional dê um lucro de $350$ euros e que cada hectare de vinha da casta touriga franca dê um lucro de $200$ euros.

Determine o número de hectares de vinha da casta touriga nacional e o número de hectares de vinha da casta touriga franca que se devem cultivar para se obter o lucro máximo.

Na sua resposta, apresente:

– a função objetivo;

– uma representação gráfica da região admissível referente ao sistema de restrições;

– a solução do problema.

**2.** Na quinta, foi construída uma piscina para exploração turística, com uma forma idêntica à da fotografia da Figura 1.

Figura 1

Na Figura 2, está representado, a sombreado, em referencial ortogonal e monométrico, $Oxy$, um esquema da forma do espelho de água dessa piscina.

Este esquema foi obtido a partir de parte da reta de equação

$$y = 1$$

e de parte do gráfico da função definida por

$$t(x) = 4 + 3\,\mathrm{sen}\left(1{,}3x - \frac{\pi}{6}\right) - 3\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \ ,$$

com os argumentos das funções seno e cosseno em radianos.

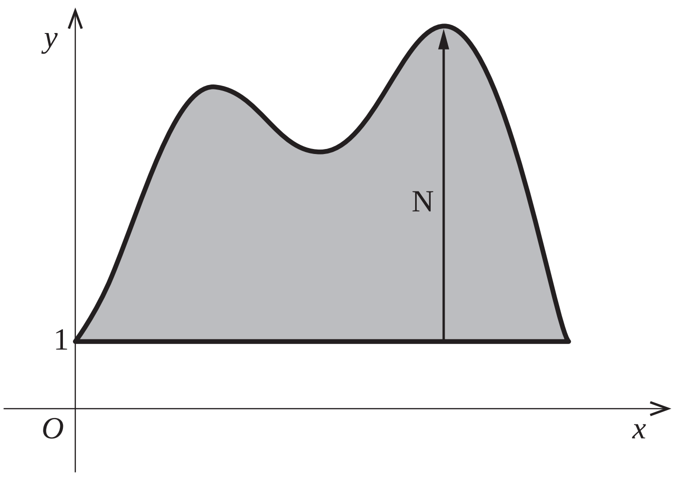


Figura 2

No referencial, a unidade é o metro, e a orientação do semieixo positivo $Oy$ corresponde ao sentido norte, relativamente à localização da piscina.

Como a figura ilustra, $\mathrm{N}$ representa a maior distância que é possível nadar de sul para norte.

Determine o valor de $\mathrm{N}$.

Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.

**3.** A quinta produz uva de mesa sem grainha e entregou uma encomenda de embalagens desta uva a uma rede de hipermercados.

Escolhe-se uma dessas embalagens ao acaso.

Seja $X$ a variável aleatória «peso, em gramas, da embalagem escolhida». Admita que $X$ segue uma distribuição normal de valor médio $500$ gramas e desvio padrão $25$ gramas.

Sabe-se que foram entregues $1500$ embalagens à rede de hipermercados.

Quantas embalagens, aproximadamente, se espera que tenham menos de $450$ gramas?

Na sua resposta:

– comece por determinar a probabilidade de uma embalagem, escolhida ao acaso, ter menos de $450$ gramas;

– em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, cinco casas decimais;

– apresente o valor pedido arredondado às unidades.

## GRUPO II

No departamento comercial da quinta, implementam-se estratégias de vendas tanto para a própria loja, como para o restante mercado, interno e externo.

**1.** Na loja de vinhos da quinta, as garrafas estão em expositores, como se ilustra no esquema da Figura 3.

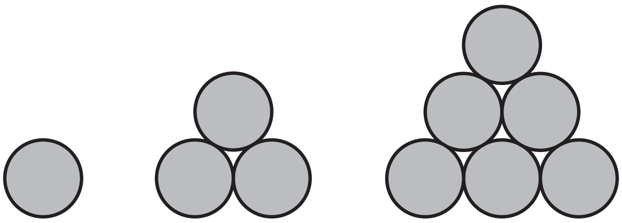

Figura 3

O primeiro expositor tem uma garrafa, o segundo tem mais duas garrafas do que o primeiro, o terceiro tem mais três garrafas do que o segundo, e assim sucessivamente, até ao oitavo expositor.

**1.1.** Determine quantas garrafas tem o oitavo expositor.

**1.2.** Considere a sequência do número de garrafas que cada expositor tem.

Como a Figura 3 ilustra, os três primeiros termos desta sequência são $1$, $3$ e $6$.

Justifique que os termos desta sequência não são termos consecutivos de uma progressão aritmética, nem são termos consecutivos de uma progressão geométrica.

**2.** Nos últimos anos, em Portugal, tem-se verificado um aumento das exportações de bens e serviços, e as exportações de produtos associados à vitivinicultura têm acompanhado essa tendência. Tem-se ainda verificado uma correlação forte entre as exportações de produtos da agricultura, da silvicultura e da pesca e as exportações de produtos alimentares e bebidas.

Na tabela seguinte, apresentam-se os valores, $x$, em milhões de euros, relativos às exportações de produtos da agricultura, da silvicultura e da pesca e os correspondentes valores, $y$, em milhões de euros, relativos às exportações de produtos alimentares e bebidas nos anos de 2005 a 2014.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 594,2 | 2341,0 |
| 664,6 | 2723,1 |
| 736,3 | 3206,5 |
| 904,2 | 3611,1 |
| 830,0 | 3345,7 |
| 940,5 | 3619,7 |
| 992,6 | 4077,3 |
| 1041,8 | 4302,5 |
| 1028,7 | 4744,0 |
| 1146,1 | 4966,9 |

Considere um modelo de regressão linear obtido a partir dos dados apresentados na tabela e admita que esse modelo se mantém válido no ano 2015. Neste ano, foram exportados produtos da agricultura, da silvicultura e da pesca no valor de $1225,8$ milhões de euros.

Estime, com base nesse modelo, o valor das exportações de produtos alimentares e bebidas no ano 2015.

Na sua resposta:

– apresente os valores dos parâmetros da equação da reta de regressão linear de $y$ sobre $x$, arredondados às milésimas;

– apresente o valor pedido em milhões de euros, arredondado às unidades.

## GRUPO III

Na quinta, o processo de produção do vinho engloba um período em que este é armazenado em barris de madeira, na cave, em condições de temperatura controlada por um sistema de refrigeração.

**1.** Admita que, durante doze horas, a temperatura ambiente na cave, $A$, em graus Celsius $(^{\circ}\mathrm{C})$, $x$ horas após as $9\ \mathrm{h}$ do dia 2 de agosto de 2017, é dada, aproximadamente, por

$$A(x) = 16 + \frac{0{,}003x^7 - 0{,}08x^5 + 0{,}9x^3}{e^x} \quad , \text{ com } 0 \le x \le 12$$

Determine a hora desse dia, após as $9\ \mathrm{h}$, em que a temperatura ambiente na cave atingiu $17\ ^{\circ}\mathrm{C}$, pela primeira vez.

Apresente o resultado em horas e minutos, com o número de minutos arredondado às unidades.

Em valores intermédios, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

Resolva o problema recorrendo às capacidades gráficas da calculadora.

**2.** No dia 3 de agosto de 2017, às $9\ \mathrm{h}$, foi detetada uma avaria no sistema de refrigeração da cave.

Admita que, durante vinte horas, a temperatura ambiente na cave, $T$, em graus Celsius $(^{\circ}\mathrm{C})$, $x$ horas após a avaria ter sido detetada, é dada, aproximadamente, por

$$T(x) = \frac{57}{ax^2 + bx + 3{,}3} \quad , \text{ com } 0 \le x \le 20$$

e em que $a$ e $b$ são números reais não nulos.

**2.1.** Determine a temperatura ambiente na cave no instante em que a avaria foi detetada.

Apresente o valor pedido em graus Celsius, arredondado às décimas.

**2.2.** Seja $V$ a função que dá a taxa de variação instantânea da função $T$, para cada valor de $x$.

Interprete, no contexto descrito, o significado de $V(1) \approx 0{,}5$.

**2.3.** Nesse dia, às $16\ \mathrm{h}$ e às $22\ \mathrm{h}$, a temperatura ambiente na cave era $20\ ^{\circ}\mathrm{C}$.

Determine o valor de $a$ e o valor de $b$.

Apresente o valor de $a$ arredondado às milésimas e o valor de $b$ arredondado às décimas.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

## GRUPO IV

A madeira é uma das matérias-primas mais usadas na quinta, quer no departamento de produção, designadamente na produção de barris de vinho, quer na construção de edifícios e zonas envolventes destinados ao turismo.

**1.** Durante séculos, gerações de tanoeiros dedicaram as suas vidas à arte de construir barris de madeira.

**1.1.** Na Figura 4, está representado um dos barris de madeira existentes na cave da quinta, no qual é visível um orifício, designado batoque.

Com base no barril representado na Figura 4, fez-se o esquema apresentado na Figura 5.

Relativamente ao sólido de revolução apresentado neste esquema, que não está à escala, e considerando desprezável a espessura da madeira, sabe-se que:

- tem duas bases circulares iguais, com $1{,}55\ \mathrm{m}$ de diâmetro;
- tem $2{,}2\ \mathrm{m}$ de altura;
- o diâmetro maior, que corresponde ao diâmetro do círculo resultante da intersecção do sólido com o plano paralelo às bases e equidistante destas, mede $1{,}87\ \mathrm{m}$ ;
- o ponto $B$ pertence à circunferência de diâmetro maior e representa o batoque.

Figura 4

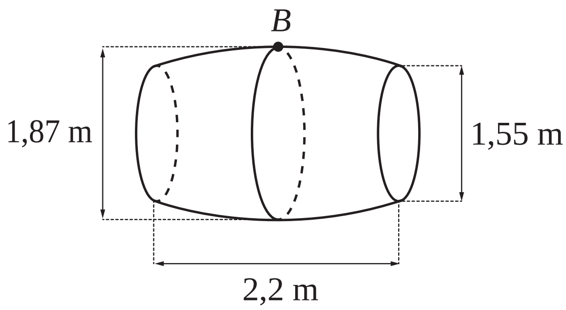


Figura 5

Um método utilizado para calcular a capacidade deste tipo de barril consiste em medir a distância, $j$ , em metros, do batoque ao extremo inferior do barril, como se ilustra na Figura 6, e em aplicar a fórmula

$$C = j^3 \times 605$$

obtendo-se, assim, um valor aproximado da capacidade do barril, $C$ , em **litros**.

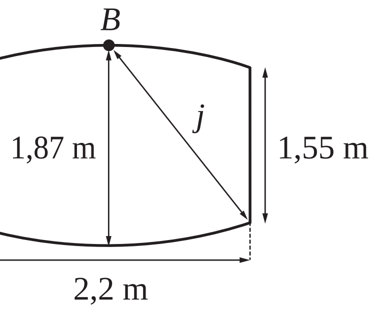


Figura 6

Será possível armazenar $5000$ litros de vinho no barril?

Justifique a sua resposta.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

**1.2.** Para construir as bases do barril, um tanoeiro divide a circunferência que delimita cada uma das bases em seis partes iguais, como se ilustra na Figura 7.

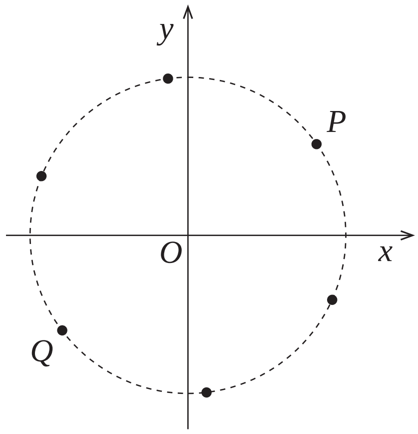


Figura 7

Nesta figura, estão representados, em referencial ortogonal e monométrico, $Oxy$ :

- uma circunferência, centrada na origem, dividida em seis partes iguais;
- o ponto $P$ , de coordenadas $(0{,}620\ ;\ 0{,}465)$ ;
- o ponto $Q$ , simétrico do ponto $P$ relativamente à origem.

Determine a equação reduzida da reta $PQ$ .

**2.** Num jardim da quinta, sobre um riacho, existe uma pequena ponte de madeira, em forma de arco de parábola, idêntica à da fotografia da Figura 8.

Figura 8

Na Figura 9, está representado em referencial ortogonal, $Oxy$, esse arco de parábola, obtido a partir de parte do gráfico de uma função quadrática definida por

$$f(x) = ax^2 + bx \quad ,$$

em que $a$ é um número real negativo e $b$ é um número real positivo.

Nesta figura, $P$ é o ponto de intersecção do arco de parábola com o semieixo positivo $Ox$.

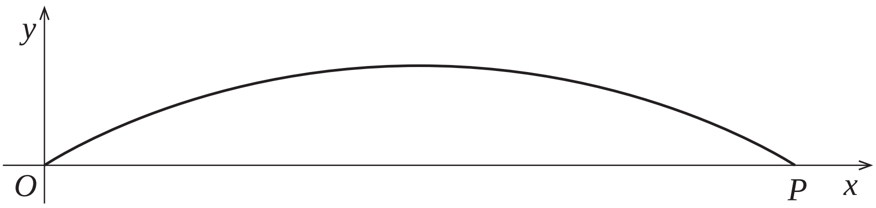


Figura 9

**2.1.** O comprimento do vão da ponte, correspondente a $\overline{OP}$, é dado por $-\frac{b}{a}$.

Mostre que as coordenadas do vértice da parábola são $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a}\right)$.

**2.2.** Considere o ângulo de vértice no ponto $O$, em que um dos lados é o semieixo positivo $Ox$ e o outro lado é a semirreta $\dot{O}V$, tal como se ilustra na Figura 10, que não está à escala.

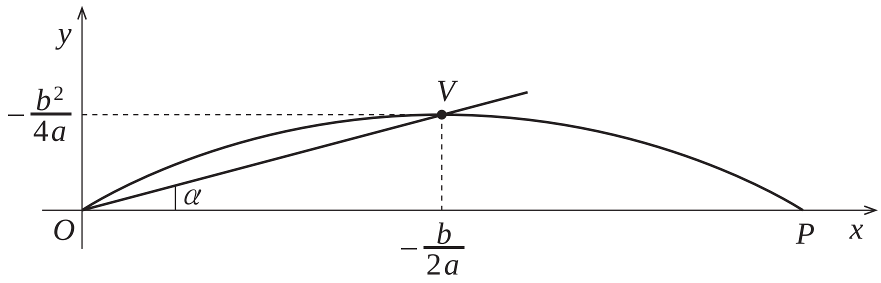


Figura 10

Admita que a amplitude, $\alpha$, desse ângulo é igual a $0{,}3$ graus.

Determine o valor de $b$.

Apresente o resultado arredondado às centésimas.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

**FIM**

## COTAÇÕES

| Grupo | Item<br>Cotação (em pontos) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| I | **1.1.** | **1.2.** | **2.** | **3.** | |
| | 10 | 20 | 15 | 15 | **60** |
| II | **1.1.** | **1.2.** | **2.** | | |
| | 10 | 15 | 15 | | **40** |
| III | **1.** | **2.1.** | **2.2.** | **2.3.** | |
| | 10 | 10 | 10 | 15 | **45** |
| IV | **1.1.** | **1.2.** | **2.1.** | **2.2.** | |
| | 15 | 15 | 10 | 15 | **55** |
| **TOTAL** | | | | | **200** |

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

**Prova 735**

1.ª Fase

REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

# Exame Final Nacional de Matemática B

**Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2018**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

**Critérios de Classificação** 10 Páginas

# CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens com cotação igual ou superior a 20 pontos e que envolvam a produção de um texto tem em conta a clareza, a organização dos conteúdos e a utilização do vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e aos itens de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

| Situação | Classificação |
|---|---|
| 1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação. | É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado. |
| 2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»]. | A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos. |
| 3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações. | A resposta é classificada com zero pontos. |
| 4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa. | A etapa é pontuada com zero pontos. |

| Situação | Classificação |
|---|---|
| 5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações. | Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista.<br>Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam. |
| 6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item. | Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas.<br>Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte:<br>– nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista;<br>– nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação. |
| 7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa. | Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.<br>Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista.<br>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |
| 8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.<br>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |
| 9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa. | A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista.<br>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |
| 10. Resolução incompleta de uma etapa. | Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista. |
| 11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto. | É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. |
| 12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros]. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.<br>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação. |

| Situação | Classificação |
|---|---|
| 15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final. | A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista. |
| 17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado. | Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.<br>Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas. |
| 18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal. | É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:<br>– se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;<br>– nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada. |

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

### GRUPO I

**1.1.** ........................................................................................................................ **10 pontos**

Identificar o valor mínimo do investimento inicial $(1800$ euros$)$.......................... 5 pontos

Identificar a área total do terreno $(60 \text{ ha})$ .......................................................... 5 pontos

**1.2.** ........................................................................................................................ **20 pontos**

Apresentar a função objetivo $(L(x, y) = 350x + 200y)$ .................................. 2 pontos

Representar graficamente a região admissível .................................................. 6 pontos

Representar graficamente as retas de equações
$x = 50$ e $y = 40$ ................................. (1+1) .................................. 2 pontos

Representar graficamente as retas de equações
$x + y = 60$ e $36x + 45y = 1800$ ..................... (1+1) ..................... 2 pontos

Assinalar o polígono .......................................................................... 2 pontos

Obter as coordenadas dos vértices do polígono que pertencem aos
eixos coordenados $((50, 0)$ e $(0, 40))$ .................... (1+1) ............................. 2 pontos

Obter as coordenadas dos vértices do polígono que não pertencem aos
eixos coordenados $((20, 40)$ e $(50, 10))$ ...................... (2+2) ....................... 4 pontos

Calcular o lucro correspondente a cada um dos vértices do polígono
(ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) (**ver nota**) .. (1x4) .. 4 pontos

Apresentar os valores pedidos
$(50 \text{ ha}$ de touriga nacional e $10 \text{ ha}$ de touriga franca$)$ .................................. 2 pontos

**Nota** – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, essa reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

**2.** ........................................................................................................ **15 pontos**

Representar graficamente a função $t$ (**ver nota**) ........................................ 4 pontos

Assinalar o ponto que permite determinar a distância $\mathrm{N}$ ........................ 1 ponto

Obter a ordenada desse ponto $(5{,}88...)$ .................................................. 3 pontos

Identificar o valor de $\mathrm{N}$ com a diferença entre esta ordenada e $1$ ............ 5 pontos

Apresentar o valor pedido $(4{,}9\ \mathrm{m})$ ............................................... 2 pontos

**Nota** – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

**3.** ........................................................................................................ **15 pontos**

Calcular $P(X < 450)$ .................................................................. 11 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

Identificar $450$ com $\mu - 2\sigma$ .............................................. 3 pontos

Determinar $P(450 < X < 500)$ $(0{,}47725)$ ................................ 4 pontos

Calcular $0{,}5 - 0{,}47725$ $(0{,}02275)$ ............................................ 4 pontos

**2.º Processo**

Identificar $450$ com $\mu - 2\sigma$ .............................................. 3 pontos

Determinar $1 - P(450 < X < 550)$ $(0{,}0455)$ ................................ 4 pontos

Calcular $\dfrac{0{,}0455}{2}$ $(0{,}02275)$ .............................................. 4 pontos

**3.º Processo**

Determinar, com o auxílio da calculadora, um valor aproximado de $P(X < 450)$ $(0{,}02275...)$ ................................................11 pontos

Obter o valor pedido $(34)$ ................................................................ 4 pontos

## GRUPO II

**1.1.** ........................................................................................................ **10 pontos**

Apresentar uma expressão geradora da sequência $\left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right.$ ou equivalente$\left.\right)$ (**ver nota**) ........................................ 5 pontos

Substituir $n$ por $8$ nessa expressão (**ver nota**) .................................... 3 pontos

Obter o valor pedido $(36)$ ................................................................ 2 pontos

**Nota** – Pode ser apresentada apenas a expressão «$6+4+5+6+7+8$» (ou equivalente), ou podem ser apresentados todos os termos da sequência.

**1.2.** ........................................................................................................................ **15 pontos**

| Níveis | Descritores de desempenho | Pontuação |
|---|---|---|
| 4 | Justifica que os termos da sequência não são termos consecutivos de uma progressão aritmética nem são termos consecutivos de uma progressão geométrica.<br>**Exemplo**<br>«Não é progressão aritmética, porque $3-1\neq 6-3$, e não é progressão geométrica, porque $\frac{3}{1}\neq\frac{6}{3}$.» | 15 |
| 3 | Apenas justifica que os termos da sequência não são termos consecutivos de uma progressão aritmética ou apenas justifica que os termos da sequência não são termos consecutivos de uma progressão geométrica. | 8 |
| 2 | Apresenta justificações corretas para ambos os tipos de progressão, mas troca-os.<br>**Exemplo**<br>«Não é progressão aritmética, porque $\frac{3}{1}\neq\frac{6}{3}$, e não é progressão geométrica, porque $3-1\neq 6-3$.» | 6 |
| 1 | Apresenta apenas parte de uma estratégia adequada de resolução do problema.<br>**Exemplo**<br>«$3-1=2$ e $\frac{3}{1}=3$.» | 3 |

**2.** ........................................................................................................................ **15 pontos**

Identificar as listas introduzidas na calculadora ........................................ 1 ponto

Apresentar o valor do declive e o valor da ordenada na origem da reta de regressão linear ($4{,}582$ e $-374{,}385$, respetivamente) ........................ 7 pontos

Obter a estimativa ........................................................................ 5 pontos

Apresentar o valor pedido ($5242$ milhões de euros) ........................................ 2 pontos

## GRUPO III

**1.** ........................................................................................................................ **10 pontos**

Representar graficamente a função $A$ (**ver notas 1 e 2**) ........................ 3 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y=17$ (**ver nota 2**) .................. 1 ponto

Assinalar o primeiro ponto de intersecção dos gráficos ............................ 1 ponto

Obter a abcissa desse ponto $(5{,}941...)$ .................................................. 2 pontos

Converter $0{,}941...$ horas em minutos ....................................................... 2 pontos

Apresentar o valor pedido $(14 \text{ h } 56 \text{ min})$ .................................................. 1 ponto

**Notas:**

**1.** Se for representada uma restrição da função $A$ num intervalo de extremos $0$ e $a$, com $0<a\leq 12$, que permita visualizar o ponto relevante para a resolução do problema, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada. Se for representado um prolongamento da função $A$, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

**2.** Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.

**2.1.** ........................................................................................................................ **10 pontos**

Identificar o instante em que a avaria foi detetada com $x = 0$ .......................... 2 pontos

Substituir $x$ por $0$ na expressão da função $T$ ................................................ 2 pontos

Obter $T(0)$ $(17,27...)$ ........................................................................................ 5 pontos

Apresentar o valor pedido $(17,3\ ^{\text{o}}\text{C})$ ................................................................. 1 ponto

**2.2.** ........................................................................................................................ **10 pontos**

Identificar $x = 1$ com $1$ hora decorrida desde o instante em que a avaria foi detetada ........................................................................................ 2 pontos

Referir que a temperatura ambiente na cave estava a aumentar ....................... 4 pontos

Identificar $0,5$ com um valor aproximado da taxa de $0,5\ ^{\text{o}}\text{C}$ por hora (**ver nota**) ........................................................................................ 4 pontos

**Nota** – Se for omitido que $0,5$ é um valor aproximado, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

**Exemplos de resposta e das correspondentes classificações**

| **Exemplos** | **Classificação** |
|---|---|
| **Exemplo 1**<br>«Às $10$ horas, a temperatura ambiente na cave está a aumentar à taxa de cerca de $0,5\ ^{\text{o}}\text{C}$ por hora.» | **10 pontos** |
| **Exemplo 2**<br>« $1$ hora após as $9$ horas daquele dia, a temperatura ambiente na cave estava a aumentar cerca de $0,5\ ^{\text{o}}\text{C}$ por hora.» | **10 pontos** |
| **Exemplo 3**<br>«À $1$ hora, a temperatura ambiente na cave está a aumentar à taxa de cerca de $0,5\ ^{\text{o}}\text{C}$ por hora.» | **8 pontos**<br>(0+4+4) |
| **Exemplo 4**<br>«Às $10$ horas, a temperatura ambiente na cave estava a aumentar.» | **6 pontos**<br>(2+4+0) |
| **Exemplo 5**<br>«Às $10$ horas, a temperatura ambiente na cave estava a diminuir cerca de $0,5\ ^{\text{o}}\text{C}$ por hora.» | **6 pontos**<br>(2+0+4) |
| **Exemplo 6**<br>«A temperatura ambiente na cave estava a variar à taxa de cerca de $0,5\ ^{\text{o}}\text{C}$ por hora.» | **4 pontos**<br>(0+0+4) |
| **Exemplo 7**<br>«Às $10$ horas, a temperatura ambiente na cave era cerca de $0,5\ ^{\text{o}}\text{C}$ .» | **2 pontos**<br>(2+0+0) |

**2.3.** .................................................................................................................................. **15 pontos**

Identificar $16\ \text{h}$ com $x=7$ ................................................................................ 1 ponto

Identificar $22\ \text{h}$ com $x=13$ .............................................................................. 1 ponto

Escrever $T(7)=20$ (ou equivalente) ............................................................ 2 pontos

Escrever $T(13)=20$ (ou equivalente) .......................................................... 2 pontos

Traduzir o problema pela condição $T(7)=20 \ \wedge \ T(13)=20$ ....................... 1 ponto

Resolver a condição anterior ................................................................................. 7 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Representar graficamente a reta de equação
$3380a+260b=-9$ .................................................................... 2 pontos

Representar graficamente a reta de equação

$980a+140b=-9$ ...................................................................... 2 pontos

Assinalar o ponto de intersecção das duas retas .............................. 1 ponto

Obter os valores das coordenadas desse ponto
$(0{,}0049...$ e $-0{,}0989...)$ ................................................................ 2 pontos

**2.º Processo**

Resolver uma das equações em ordem a uma das incógnitas ........ 2 pontos

Substituir, na outra equação, essa incógnita
pela expressão obtida ........................................................................ 1 ponto

Resolver a equação obtida ................................................................ 2 pontos

Substituir, na 1.ª equação, a incógnita pelo valor obtido .................. 1 ponto

Resolver a equação obtida ................................................................ 1 ponto

Apresentar os valores pedidos $(a \approx 0{,}005$ e $b \approx -0{,}1)$ ................................. 1 ponto

## GRUPO IV

**1.1.** .................................................................................................................................. **15 pontos**

Utilizar um triângulo retângulo de hipotenusa $j$ e cateto $1{,}1$ ............................ 2 pontos

Obter o outro cateto $(1{,}71)$ ....................................................................................... 4 pontos

Aplicar o teorema de Pitágoras ............................................................................ 2 pontos

Obter o valor de $j$ ................................................................................................ 3 pontos

Obter a capacidade do barril ................................................................................ 2 pontos

Concluir que será possível armazenar $5000$ litros de vinho no barril ................ 2 pontos

**1.2.** ........................................................................................................................ **15 pontos**

Indicar que o ponto $Q$ tem coordenadas $(-0,620; -0,465)$ ou reconhecer que a reta $PQ$ passa na origem ........................................................................ 3 pontos

Obter o declive da reta $PQ$ $(0,75)$ ................................................................. 5 pontos

Identificar a ordenada na origem $(0)$ ............................................................... 4 pontos

Escrever a equação pedida $(y = 0,75x)$ ........................................................ 3 pontos

**2.1.** ........................................................................................................................ **10 pontos**

Identificar a abcissa do vértice da parábola com metade de $-\dfrac{b}{a}$ ..................... 3 pontos

Identificar a ordenada do vértice da parábola com $f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$ .......................... 3 pontos

Substituir $x$ por $-\dfrac{b}{2a}$ na expressão da função $f$ ......................................... 1 ponto

Obter $f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) = -\dfrac{b^2}{4a}$ ........................................................................ 3 pontos

**2.2.** ........................................................................................................................ **15 pontos**

Escrever $\operatorname{tg}(\alpha) = \dfrac{-\dfrac{b^2}{4a}}{-\dfrac{b}{2a}}$ ................................................................................ 5 pontos

Obter $\operatorname{tg}(\alpha) = \dfrac{b}{2}$ ........................................................................................... 5 pontos

Escrever $b = 2\operatorname{tg}(0,3)$ .................................................................................. 3 pontos

Apresentar o valor pedido $(0,01)$ (**ver nota**) ...................................................... 2 pontos

**Nota** – Se for apresentado $0,62$, por se ter utilizado $\alpha = 0,3$ radianos, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.



## COTAÇÕES

| Grupo | Item<br>Cotação (em pontos) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| I | **1.1.** | **1.2.** | **2.** | **3.** | |
| | 10 | 20 | 15 | 15 | **60** |
| II | **1.1.** | **1.2.** | **2.** | | |
| | 10 | 15 | 15 | | **40** |
| III | **1.** | **2.1.** | **2.2.** | **2.3.** | |
| | 10 | 10 | 10 | 15 | **45** |
| IV | **1.1.** | **1.2.** | **2.1.** | **2.2.** | |
| | 15 | 15 | 10 | 15 | **55** |
| **TOTAL** | | | | | **200** |