Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2017

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos. 12 Páginas

---

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Para cada resposta, identifique o item.

Apresente as suas respostas de forma legível.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Na resposta a cada um dos itens de escolha múltipla, selecione a única opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados na sua utilização, como:

- os gráficos obtidos e as coordenadas dos pontos (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos e mínimos);
- as linhas da tabela obtida;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

Teoria matemática das eleições

Conversão de votos em mandatos, utilizando o método de representação proporcional de Hondt

O número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc., sendo os quocientes alinhados, pela ordem decrescente da sua grandeza, numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral em causa; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série; no caso de só ficar um mandato por distribuir e de os termos seguintes da série serem iguais e de listas diferentes, o mandato cabe à lista que tiver obtido o menor número de votos.

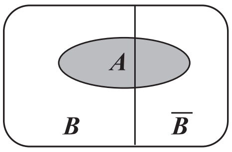
Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

Probabilidades

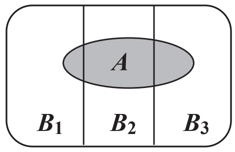
Teorema da probabilidade total e regra de Bayes



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) =$$
$$= P(B) \times P(A \mid B) + P(\overline{B}) \times P(A \mid \overline{B})$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} =$$

$$= \frac{P(B) \times P(A \mid B)}{P(B) \times P(A \mid B) + P(\overline{B}) \times P(A \mid \overline{B})}$$



$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) =$$
$$= P(B_1) \times P(A \mid B_1) + P(B_2) \times P(A \mid B_2) + P(B_3) \times P(A \mid B_3)$$

$$P(B_k \mid A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} =$$

$$= \frac{P(B_k) \times P(A \mid B_k)}{P(B_1) \times P(A \mid B_1) + P(B_2) \times P(A \mid B_2) + P(B_3) \times P(A \mid B_3)}$$

podendo k tomar os valores 1, 2 ou 3

Distribuição normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$$
$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$$
$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$$

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável normal X, admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$$\left]\overline{x} - z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \overline{x} + z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\overline{x}$ – média amostral

σ – desvio padrão da variável

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável X, admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left]\overline{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \overline{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\overline{x}$ – média amostral

s – desvio padrão amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p, admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\hat{p}$ – proporção amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	$1{,}645$	$1{,}960$	$2{,}576$

1. A Escola de Vilar de Sadeija inscreveu-se num concurso em que vai participar com uma equipa de 10 alunos.

Para formar a equipa, foi realizada uma eleição à qual concorreram as listas V, X, Y e Z.

Na Tabela 1, está registado o número de votos, validamente expressos, obtidos por cada uma das listas.

Tabela 1

Lista	V	X	Y	Z
Número de votos	373	602	318	157

1.1. Os dados da Tabela 1 permitem concluir que nenhuma das listas obteve maioria absoluta. Nestas circunstâncias, fazem-se, por vezes, coligações.

Admita que o número de votos obtidos por uma coligação é igual à soma dos números de votos validamente expressos nas listas que formam essa coligação, e que o número de votos das outras listas se mantém.

Qual das coligações seguintes permitiria obter maioria absoluta?

(A) V com Z

(B) X com Z

(C) Y com Z

(D) V com Y

1.2. Na seleção dos 10 alunos da equipa, a direção da escola optou por aplicar o método de Hondt.

Um dos alunos, ao observar a Tabela 1, afirmou que, usando-se o método de Hondt, a equipa teria tantos alunos da Lista V como da Lista Y.

Verifique se o aluno tinha razão.

Na sua resposta, apresente:

– os quocientes da aplicação do método de Hondt arredondados às unidades;

– o número de elementos de cada lista na equipa constituída.

2. A direção da escola atribuiu um prémio a três projetos, o Jornal da Escola (J), o Clube da Ciência (C) e o Clube de Teatro (T). O prémio é constituído por um computador, uma impressora e uma máquina fotográfica.

Como os coordenadores dos projetos não chegaram a acordo quanto à divisão do prémio, a direção estabeleceu que o prémio seria partilhado utilizando o método seguinte.

- Cada um dos coordenadores dos projetos atribui, secretamente, um valor monetário a cada um dos bens, colocando o registo dos valores das suas licitações dentro de um envelope fechado. Em seguida, os envelopes são abertos e os valores das licitações dos três coordenadores são registados numa tabela.
- Determina-se o valor global atribuído aos bens por cada coordenador e o valor que cada um considera justo receber. Assume-se que o valor que cada coordenador considera justo receber é igual a um terço do valor global que ele atribuiu aos três bens.
- Cada bem é atribuído ao projeto coordenado por quem mais o valoriza, e considera-se que o projeto recebe o valor monetário que o seu coordenador atribui ao respetivo bem.
- Caso, por aplicação do procedimento anterior, um projeto não receba qualquer bem, considera-se, para efeito dos cálculos seguintes, que o «valor dos bens recebidos» por esse projeto é zero euros.
- Seguidamente, caso o valor dos bens recebidos por um projeto ultrapasse o valor que o seu coordenador considera justo receber, o coordenador paga em dinheiro, dos fundos do seu projeto, o respetivo excedente. Caso contrário, o projeto recebe, em dinheiro, do montante disponibilizado pelos coordenadores que pagaram, o valor em falta.
- Após os procedimentos anteriores, caso sobre dinheiro, este é distribuído em partes iguais pelos três projetos.

Na Tabela 2, estão registados os valores, em euros, atribuídos por cada um dos coordenadores aos bens, nas licitações secretas.

Tabela 2

Bens \ Projetos	J	C	T
Computador	350	400	304
Impressora	400	380	168
Máquina Fotográfica	201	252	302

Como será distribuído o prémio pelos três projetos?

Na sua resposta, apresente os valores monetários a pagar ou a receber por cada coordenador.

3. A associação de estudantes está a preparar um *pedipaper* que engloba seis postos de controlo, designados por C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 e C_6.

Na Tabela 3, estão indicadas as distâncias, em metros, entre diferentes postos de controlo.

Tabela 3

	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
C_1	160	–	–	302	280
C_2	–	253	–	350	270
C_3	–	–	286	340	267
C_4	–	–	–	–	294

A associação de estudantes decidiu que o *pedipaper* se iniciaria no posto de controlo C_5 e terminaria num outro posto de controlo.

Além disso, para definir o percurso, a associação de estudantes optou por utilizar o método seguinte.

- Seleciona-se o posto de controlo seguinte, tendo em conta que:
  - deve ser o mais próximo possível;
  - se houver dois postos à mesma distância, a seleção é aleatória.
- Procede-se como foi indicado no ponto anterior, não se repetindo nenhum posto de controlo, e terminando depois de serem visitados todos os postos de controlo.

Determine o comprimento do percurso, respeitando as condições definidas pela associação de estudantes.

Na sua resposta, apresente:

– um grafo ponderado que modele a situação descrita na Tabela 3;

– a ordem de visita dos postos de controlo.

4. Com o objetivo de preparar a viagem de finalistas, a associação de estudantes contactou uma agência de viagens.

A agência apresentou um orçamento de 600 euros e informou que este valor poderia ser pago a crédito, em quatro prestações, com uma taxa de juro de 10%, a 360 dias, nas seguintes condições:

- o pagamento da primeira prestação é feito 90 dias após a concessão do crédito;
- o pagamento de cada uma das restantes prestações é feito 90 dias após o pagamento da prestação anterior.

O valor de cada prestação é dado pela expressão

$$P_n = C \times [0{,}25 + j \times (1{,}25 - 0{,}25n)]$$

C – custo da viagem
n – número de períodos de 90 dias, decorridos após a concessão do crédito
j – taxa de juro a 90 dias

Determine, em euros, o valor da primeira prestação e o valor da segunda prestação.

Na sua resposta, apresente a taxa de juro a 90 dias.

5. A Escola de Vilar de Sadeija foi inaugurada no ano 2000.

Admita que, t anos após a inauguração da escola, o número de alunos matriculados no início de cada ano letivo é bem aproximado pelo modelo seguinte, com arredondamento às unidades.

$$A(t) = \frac{2350}{1 + 5e^{-0,43t}}, \text{ com } t = 0, 1, 2, \ldots$$

5.1. Com o passar do tempo, o número de alunos matriculados aproxima-se de um valor que não pode ser ultrapassado.

Identifique esse valor, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.

Na sua resposta:

– apresente o gráfico visualizado que lhe permite resolver o problema;

– assinale no gráfico o valor do qual, com o passar do tempo, se aproxima o número de alunos matriculados.

5.2. Na investigação para um artigo, um elemento do jornal da escola analisou a evolução do número de alunos matriculados no início de cada ano letivo, na escola.

Verificou que, no ano em que o jornal passou a ter instalações próprias, havia mais 950 alunos matriculados do que em 2002, ano em que o jornal foi fundado.

Determine o ano em que o jornal passou a ter instalações próprias.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, três casas decimais.

6. Fez-se um estudo estatístico do tempo que os alunos da Escola de Vilar de Sadeija demoram no percurso de casa à escola.

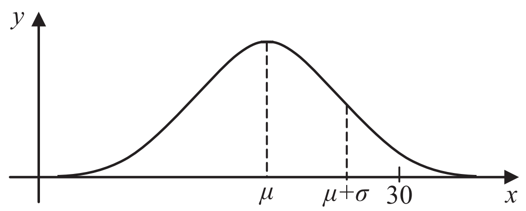
Na Tabela 4, estão parcialmente registados os dados recolhidos.

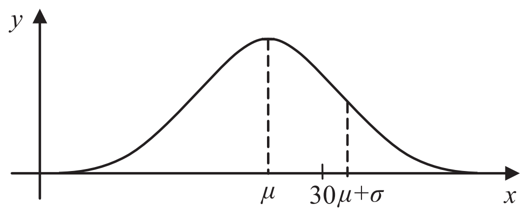
Tabela 4

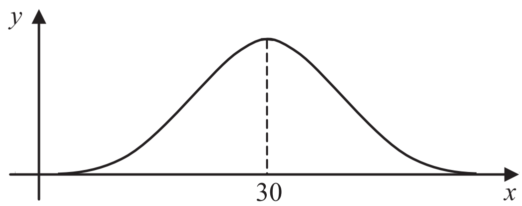
Tempo (em minutos)	Número de alunos	Frequência relativa simples (%)	Frequência relativa acumulada (%)
[0, 10[		a	
[10, 20[	144	12	
[20, 30[	336		65
[30, 40[			

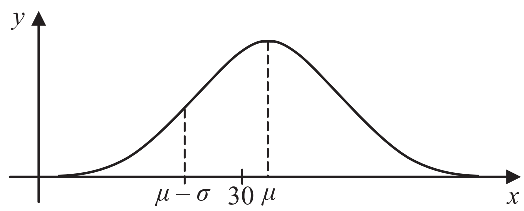
6.1. Admita que a variável aleatória «tempo gasto por cada aluno no percurso de casa à escola» é bem modelada por uma distribuição normal.

Qual das seguintes curvas de Gauss é a mais adequada aos dados da Tabela 4?

(A)


(B)


(C)


(D)


6.2. Atendendo aos dados da Tabela 4, determine o valor de a.

7. Inquiriram-se 500 alunos da escola, escolhidos ao acaso, relativamente ao número de vezes que foram ao cinema durante o ano de 2016.

Na Figura 1, está uma representação dos dados recolhidos.

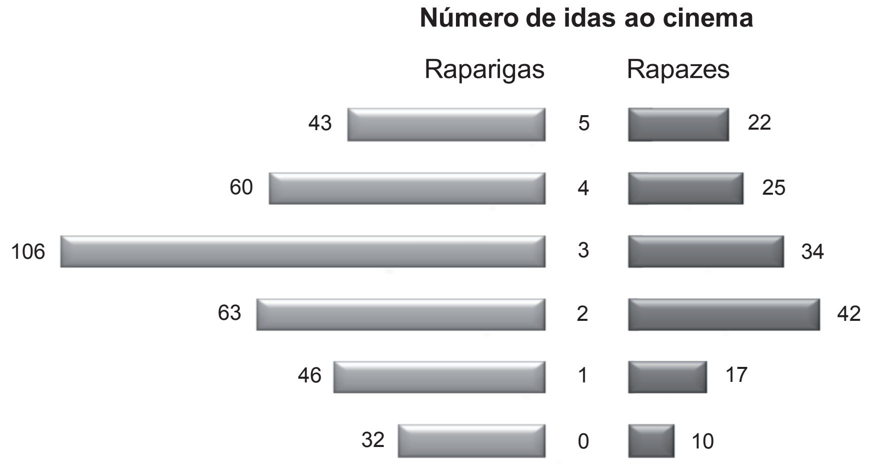


Figura 1

7.1. Considere apenas os dados referentes às 350 raparigas inquiridas.

Qual é a percentagem, arredondada às décimas, de raparigas que foram ao cinema, pelo menos, três vezes no ano?

(A) $29{,}4$

(B) $40{,}3$

(C) $59{,}7$

(D) $71{,}4$

7.2. Escolhem-se aleatoriamente dois alunos, um a seguir ao outro, de entre os que foram ao cinema uma vez no ano.

Determine a probabilidade de serem ambos do mesmo sexo.

Apresente o resultado, em percentagem, arredondado às unidades.

7.3. Tendo por referência os dados da Figura 1, construa um intervalo de confiança a 95%, aproximado, para o valor médio da variável aleatória «número de idas ao cinema, no ano 2016, de um jovem desta escola».

Apresente os valores dos extremos do intervalo arredondados às décimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, duas casas decimais.

8. Na Figura 2, está representada uma roleta formada por oito sectores de igual amplitude, dos quais três estão coloridos a cinzento e os restantes a branco.

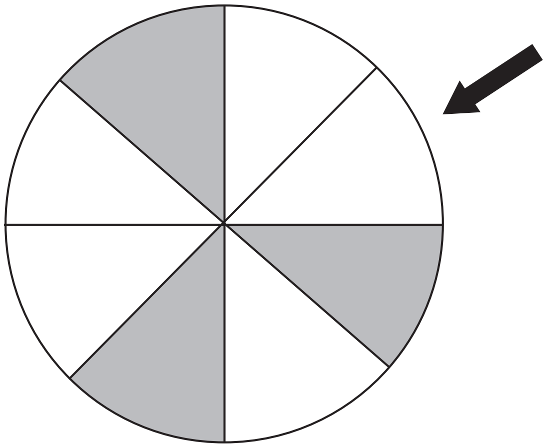


Figura 2

8.1. Considere a experiência aleatória que consiste em rodar a roleta duas vezes, registando-se a cor do sector assinalado pela seta de cada vez que a roleta para.

Considere a variável aleatória:

X: *«número de vezes em que a roleta para num sector colorido a cinzento»*

Construa a tabela de distribuição de probabilidade da variável aleatória X.

Apresente os valores das probabilidades na forma de fração irredutível.

8.2. Mantendo-se a cor dos sectores da roleta representada na Figura 2, admita que cada um deles foi numerado ou com o algarismo 1 ou com o algarismo 2.

Roda-se esta roleta apenas uma vez, registando-se a cor e o número do sector assinalado pela seta quando a roleta para.

Admita ainda que a probabilidade de o sector assinalado estar:

- colorido a cinzento, sabendo-se que está numerado com o algarismo 2, é igual a 50%
- colorido a branco, sabendo-se que está numerado com o algarismo 1, é igual a $\frac{2}{3}$

Determine a probabilidade de se obter um sector numerado com o algarismo 2.

Apresente o resultado na forma de percentagem.

FIM

COTAÇÕES

Item Cotação (em pontos)														TOTAL
1.1.	**1.2.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.1.**	**6.2.**	**7.1.**	**7.2.**	**7.3.**	**8.1.**	**8.2.**	
5	15	20	15	15	15	20	5	20	5	15	20	15	15	**200**

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 835

2.ª Fase

REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2017

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Critérios de Classificação 10 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Itens de seleção

Nos itens de escolha múltipla, a cotação do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra correspondente.

Itens de construção

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto tem em conta a organização dos conteúdos e a utilização adequada de vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e nos itens de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.

Situação	Classificação
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final..
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1.1. .... **5 pontos**

(B)

1.2. .... **15 pontos**

Apresentar a seleção dos 10 alunos da equipa, utilizando o método de Hondt .... 13 pontos

Determinar os quocientes necessários para a seleção dos alunos .... 9 pontos

Apresentar a constituição da equipa .... 4 pontos
[Lista V (3 alunos); Lista X (4 alunos); Lista Y (2 alunos); Lista Z (1 aluno)]

Concluir que o aluno não tinha razão (**nota**) .... 2 pontos
[O aluno não tinha razão, dado que a equipa terá 3 alunos da Lista V e 2 alunos da Lista Y.]

Nota – A pontuação relativa a esta etapa só é atribuída se à etapa anterior não tiverem sido atribuídos 0 pontos.

2. .... **20 pontos**

Calcular o valor global atribuído aos bens por cada coordenador .... (1 + 1 + 1) .... 3 pontos
[J (951 euros); C (1032 euros); T (774 euros)]

Determinar a parte justa para cada projeto .... (1 + 1 + 1) .... 3 pontos
[J (317 euros); C (344 euros); T (258 euros)]

Atribuir os bens aos projetos .... (1 + 1 + 1) .... 3 pontos
[J (Impressora: 400 euros); C (Computador: 400 euros); T (Máquina Fotográfica: 302 euros)]

Apurar o valor a pagar ou a receber por cada um dos coordenadores dos projetos .... (1 + 1 + 1) .... 3 pontos
[J (a pagar: 83 euros); C (a pagar: 56 euros); T (a pagar: 44 euros)]

Apurar o excesso (183 euros) .... 3 pontos

Determinar a terça parte do excesso (61) .... 2 pontos

Apresentar o valor monetário a pagar ou a receber por cada coordenador .... (1 + 1 + 1) .... 3 pontos
[O coordenador do Jornal da Escola paga 22 euros; o Clube da Ciência recebe 5 euros; o Clube de Teatro recebe 17 euros.]

3. .... **15 pontos**

Identificar os vértices .... 2 pontos

Desenhar as arestas .... 6 pontos

Identificar a ordem de visita dos postos de controlo $[C_5, C_1, C_2, C_3, C_6, C_4]$ .... 5 pontos

Determinar o comprimento do percurso $[1276 \text{ m}]$.. 2 pontos

4. .... **15 pontos**

Apresentar o valor de $j\,(0{,}025)$ (ou equivalente) .... 4 pontos

Identificar o valor de $C\,(600)$ .... 1 ponto

Determinar o valor de P_1 (165 euros) .... 5 pontos

Determinar o valor de P_2 (161,25 euros) .... 5 pontos

5.1. .... **15 pontos**

Apresentar o gráfico.. 4 pontos

Assinalar o valor pedido.. 9 pontos

Identificar o valor do qual, com o passar do tempo, se aproxima o número de alunos matriculados (2350) .... 2 pontos

5.2. .... **20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Identificar $t = 2$ .... 2 pontos

Escrever $A(2) = \dfrac{2350}{1 + 5e^{-0{,}43 \times 2}}$ (**nota**).. 3 pontos

Obter o valor de $A(2)\ (754)$ .... 2 pontos

Determinar o valor de $A(2) + 950\ \ (1704)$ .... 3 pontos

Escrever $\dfrac{2350}{1 + 5e^{-0{,}43t}} = 1704$ .... 3 pontos

Resolver a equação $(t \approx 6)$ .... 5 pontos

Concluir .... 2 pontos
[O jornal passou a ter instalações próprias em 2006.]

2.º Processo

Identificar $t = 2$ .... 2 pontos

Escrever $A(2) = \dfrac{2350}{1 + 5e^{-0,43 \times 2}}$ (**nota**).. 3 pontos

Obter o valor de $A(2)$ (754) .... 2 pontos

Determinar o valor de $A(2) + 950$ (1704) .... 3 pontos

Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora quando a resposta for obtida recorrendo às capacidades gráficas da calculadora .... 8 pontos

- Apresentar o gráfico .... 4 pontos
- Apresentar as coordenadas relevantes $[(6;\ 1704)]$.................... 4 pontos

Concluir .... 2 pontos
[O jornal passou a ter instalações próprias em 2006.]

3.º Processo

Identificar $t = 2$ .... 2 pontos

Escrever $A(2) = \dfrac{2350}{1 + 5e^{-0,43 \times 2}}$ (**nota**).. 3 pontos

Obter o valor de $A(2)$ (754) .... 2 pontos

Determinar o valor de $A(2) + 950$ (1704) .... 3 pontos

Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora quando a resposta for obtida recorrendo a uma tabela .... 8 pontos

- Apresentar a tabela utilizada .... 2 pontos
- Apresentar as linhas relevantes.. 6 pontos

Concluir .... 2 pontos
[O jornal passou a ter instalações próprias em 2006.]

Nota – Se a expressão não for apresentada, mas a resolução permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a pontuação a atribuir nesta etapa não é desvalorizada.

6.1. .... **5 pontos**

(B)

6.2. .... **20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Seja x a frequência relativa da classe $[20,30[$, em percentagem.

Escrever $\dfrac{144}{12} = \dfrac{336}{x}$ (ou equivalente) .... 5 pontos

Escrever $x = \dfrac{0,12 \times 336}{144}$ (ou equivalente) .... 3 pontos

Obter o valor de x (28) .... 2 pontos

Escrever $a + 12 + 28 = 65$ (ou equivalente) .... 8 pontos

Obter o valor de a (25) .... 2 pontos

2.º Processo

Determinar o número total de alunos (1200) .... 5 pontos

Determinar a frequência relativa simples da classe $[20{,}30[$,
em percentagem (28) .... 5 pontos

Escrever $a + 12 + 28 = 65$ (ou equivalente) .... 8 pontos

Obter o valor de a (25) .... 2 pontos

7.1. .... **5 pontos**

(C)

7.2. .... **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Determinar o número total de alunos que foram
ao cinema uma vez no ano (63) .... 2 pontos

Determinar o número de casos possíveis (63×62) .... 3 pontos

Determinar o número de casos favoráveis $(46 \times 45 + 17 \times 16)$ .... 7 pontos

Apresentar a expressão que permite calcular o valor da probabilidade
$\left(\dfrac{46 \times 45 + 17 \times 16}{63 \times 62}\right)$ .... 2 pontos

Obter o valor da probabilidade (60%) .... 1 ponto

2.º Processo

Determinar o número total de alunos que foram
ao cinema uma vez no ano (63) .... 2 pontos

Determinar a probabilidade de ambos os alunos serem
rapazes $\left(\dfrac{17}{63} \times \dfrac{16}{62}\right)$ .... 5 pontos

Determinar a probabilidade de ambos os alunos serem
raparigas $\left(\dfrac{46}{63} \times \dfrac{45}{62}\right)$ .... 5 pontos

Apresentar a expressão que permite calcular o valor da probabilidade
$\left(\dfrac{17 \times 16}{63 \times 62} + \dfrac{46 \times 45}{63 \times 62}\right)$ .... 2 pontos

Obter o valor da probabilidade (60%) .... 1 ponto

7.3. .... **20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Identificar os valores de n e de z para um intervalo de confiança a 95% ...... 2 pontos

n (500) .... 1 ponto

z $(1{,}960)$ .... 1 ponto

Determinar a média $(2{,}716)$ (**nota**) .... 6 pontos

Determinar o desvio padrão $(1{,}44)$.. 6 pontos

Calcular os extremos do intervalo de confiança $(]2{,}6;\ 2{,}8[)$ .... 6 pontos

2.º Processo

Identificar os valores de n e de z para um intervalo de confiança a 95% ...... 2 pontos

n (500) .... 1 ponto

z $(1{,}960)$ .... 1 ponto

Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora........................ 12 pontos

Apresentar a(s) lista(s) introduzida(s) na calculadora.................... 2 pontos

Apresentar o valor da média $(2{,}716)$ (**nota**) .... 5 pontos

Apresentar o valor do desvio padrão $(1{,}44)$................................ 5 pontos

Calcular os extremos do intervalo de confiança $(]2{,}6;\ 2{,}8[)$ .... 6 pontos

Nota – Se o valor da média apresentado for 2,72, a pontuação a atribuir nesta etapa não é desvalorizada.

8.1. .... **15 pontos**

Identificar os valores da variável $(0,\ 1$ e $2)$ .... 3 pontos

Calcular as probabilidades para os diferentes valores da varável ... (3 + 3 + 3) ... 9 pontos

$$\left[P(X=0)=\frac{25}{64};\ P(X=1)=\frac{15}{32};\ P(X=2)=\frac{9}{64}\right]$$

Apresentar a tabela pedida (**nota**) .... 3 pontos

Nota – A pontuação relativa a esta etapa só é atribuída se às duas etapas anteriores não tiverem sido atribuídos 0 pontos.

8.2. .... **15 pontos**

Consideram-se os seguintes acontecimentos:

A: «Obter um sector colorido a cinzento»;

B: «Obter um sector numerado com o algarismo 2».

Escrever $P(A \mid B) = 50\%$ .... 1 ponto

Escrever $P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \frac{2}{3}$ .... 1 ponto

Reconhecer que $P(A) = \frac{3}{8}$ .... 2 pontos

Calcular $P(A \mid \overline{B}) \left(\frac{1}{3}\right)$.. 2 pontos

Reconhecer que
$P(A) = P(B) \times P(A \mid B) + P(\overline{B}) \times P(A \mid \overline{B})$ (**nota**) .... 1 ponto

Escrever $\frac{3}{8} = P(B) \times 0{,}5 + (1 - P(B)) \times \frac{1}{3}$
(ou equivalente) .... 5 pontos

Obter $P(B)\,(25\%)$ .... 3 pontos

Nota – Se a expressão não for apresentada, mas o valor da probabilidade estiver correto, a pontuação a atribuir nesta etapa não é desvalorizada.

COTAÇÕES

Item Cotação (em pontos)														TOTAL
1.1.	**1.2.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.1.**	**6.2.**	**7.1.**	**7.2.**	**7.3.**	**8.1.**	**8.2.**	
5	15	20	15	15	15	20	5	20	5	15	20	15	15	**200**