

## **Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais**

### **Prova 835 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2017**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

13 Páginas

---

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Para cada resposta, identifique o item.

Apresente as suas respostas de forma legível.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

---

Na resposta a cada um dos itens de escolha múltipla, selecione a única opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados na sua utilização, como:

- os gráficos obtidos e as coordenadas dos pontos (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos e mínimos);
  - as linhas da tabela obtida;
  - as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).
- 

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

# Formulário

---

## Teoria matemática das eleições

### Conversão de votos em mandatos, utilizando o método de representação proporcional de Hondt

O número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc., sendo os quocientes alinhados, pela ordem decrescente da sua grandeza, numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral em causa; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série; no caso de só ficar um mandato por distribuir e de os termos seguintes da série serem iguais e de listas diferentes, o mandato cabe à lista que tiver obtido o menor número de votos.

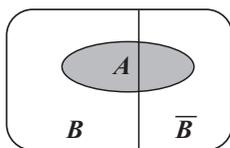
## Modelos de grafos

### Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

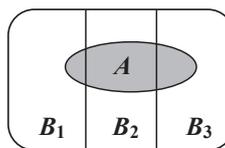
## Probabilidades

### Teorema da probabilidade total e regra de Bayes



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \\ = P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \\ = \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})}$$



$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ = P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)$$

$$P(B_k | A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \\ = \frac{P(B_k) \times P(A | B_k)}{P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)}$$

podendo  $k$  tomar os valores 1, 2 ou 3

## Distribuição normal

Se  $X$  é  $N(\mu, \sigma)$ , então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

## Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio  $\mu$  de uma variável normal  $X$ , admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$\left] \bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$
<p><math>n</math> – dimensão da amostra  <math>\bar{x}</math> – média amostral  <math>\sigma</math> – desvio padrão da variável  <math>z</math> – valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

Intervalo de confiança para o valor médio  $\mu$  de uma variável  $X$ , admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$\left] \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$
<p><math>n</math> – dimensão da amostra  <math>\bar{x}</math> – média amostral  <math>s</math> – desvio padrão amostral  <math>z</math> – valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

Intervalo de confiança para uma proporção  $p$ , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[$
<p><math>n</math> – dimensão da amostra  <math>\hat{p}</math> – proporção amostral  <math>z</math> – valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

(\*) Valores de  $z$  para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
$z$	1,645	1,960	2,576

Num parque de diversões, existem três zonas temáticas, a *Aquaspeed* (AQ), a *Mountainspeed* (MT) e a *Studiospeed* (SD).

1. Para comemorar o seu décimo aniversário, a cadeia de restaurantes que serve esse parque distribuiu 26 vales de refeição pelos visitantes das três zonas temáticas.

A distribuição desses vales é feita de acordo com o método a seguir descrito.

- Calcula-se o divisor padrão, dividindo o total da média do número de visitantes, por hora, das três zonas pelo número total de vales de refeição.
- Calcula-se a quota padrão para cada uma das zonas temáticas, dividindo a média do número de visitantes, por hora, de cada zona pelo divisor padrão.
- Atribui-se a cada zona temática um número de vales igual à parte inteira da quota padrão.
- Caso ainda fiquem vales por distribuir, atribuem-se os vales que restam às zonas temáticas cujas quotas padrão tenham partes decimais maiores (um por cada zona temática).
- Se houver duas zonas temáticas cujas quotas padrão apresentem a mesma parte decimal, o último vale é atribuído à zona temática com o menor número de vales.

Na Tabela 1, estão registados a média do número de visitantes, por hora, de cada zona temática e o número correspondente de vales de refeição atribuídos.

**Tabela 1**

Zona Temática	Média do número de visitantes, por hora	Número de vales de refeição atribuídos
AQ	554	12
MT	330	7
SD	286	7
Total	1170	26

1.1. O valor da quota padrão referente à zona temática SD, com aproximação às centésimas, é

(A) 6,36

(B) 6,85

(C) 7,33

(D) 12,31

1.2. Admita que, em vez de 26, eram distribuídos 27 vales de refeição pelas três zonas temáticas, aplicando o método descrito.

Mostre que a distribuição desses 27 vales, comparativamente com a distribuição dos 26 vales, conduziria a uma situação paradoxal.

Na sua resposta, apresente:

- o valor do divisor padrão e os valores das quotas padrão com arredondamento às centésimas;
- a distribuição dos 27 vales de refeição pelas três zonas temáticas resultante da aplicação do método descrito.

2. No âmbito das comemorações do seu décimo aniversário, a referida cadeia de restaurantes promoveu ainda o concurso «Ementa TOP».

Os clientes preencheram um boletim, no qual ordenaram quatro ementas, A, B, C e D, de acordo com as suas preferências. Cada boletim preenchido, com uma determinada ordenação, correspondia a 1 voto, tendo sido apurados 1638 votos válidos.

Na Tabela 2, encontram-se organizados os resultados desta votação.

**Tabela 2**

<b>N.º de votos</b>	<b>602</b>	<b>309</b>	<b>727</b>
<b>Preferências</b>			
<b>1.<sup>a</sup></b>	C	A	D
<b>2.<sup>a</sup></b>	B	B	B
<b>3.<sup>a</sup></b>	A	C	C
<b>4.<sup>a</sup></b>	D	D	A

Concluída a votação, o apuramento da ementa vencedora é feito através do método a seguir descrito.

- Seleciona-se um par de ementas e atribui-se o número de votos registados em cada coluna à ementa mais bem posicionada, de entre as duas seleccionadas.
- Comparam-se os votos obtidos por essas duas ementas. A ementa com o maior número de votos é a vencedora do par escolhido.
- Repetem-se os procedimentos anteriores até uma das ementas ter vencido em todas as comparações com as restantes. Essa ementa é a vencedora.

Determine qual foi a ementa vencedora por aplicação do método descrito, começando por seleccionar as ementas A e B.

3. As seis diversões mais procuradas da zona *Studiospeed* estão representadas na Figura 1 pelas letras D1, D2, D3, D4, D5 e D6.

As linhas representam as ligações existentes entre essas diversões. O comprimento de cada ligação está indicado junto da linha que a representa.

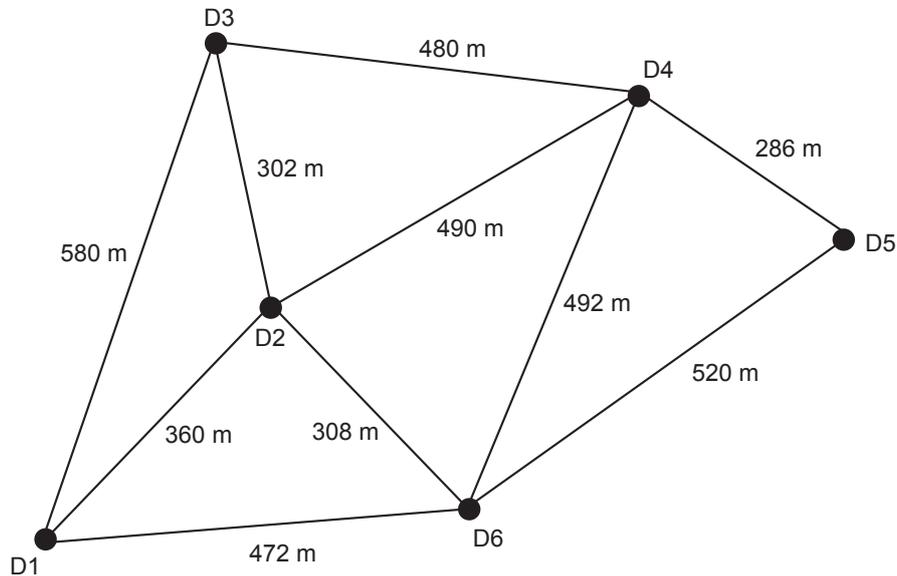


Figura 1

Uma empresa de eletricidade pretende renovar a rede de cabos elétricos, aproveitando algumas destas ligações. De modo a minimizar a quantidade de cabo utilizado, aplica-se o método que a seguir se descreve.

- Escolhe-se, ao acaso, uma das seis diversões e, de entre as ligações a essa diversão, seleciona-se a ligação de menor comprimento.
- Seleciona-se a ligação de menor comprimento de entre as ligações a qualquer uma das duas diversões escolhidas para uma diversão ainda não selecionada.
- Seleciona-se a ligação de menor comprimento de entre as ligações a qualquer uma das diversões escolhidas para uma diversão ainda não selecionada.
- Repete-se o ponto anterior até todas as diversões terem sido selecionadas.

Determine a quantidade mínima, em metros, de cabo elétrico que é necessário instalar para que as seis diversões recebam energia elétrica.

Na sua resposta, apresente:

- um grafo que resulte da aplicação do método descrito e que permita identificar as ligações utilizadas;
- a quantidade mínima, em metros, de cabo elétrico que é necessário instalar.

4. O Manuel está a organizar uma visita ao parque de diversões.

Pretende comprar bilhetes para 3 adultos, com idades inferiores a 50 anos, e para 3 crianças, com idades compreendidas entre os 8 e os 10 anos.

O Manuel consultou a bilheteira do parque para saber o preço dos bilhetes.

Na Tabela 3, reproduz-se o preço disponível na bilheteira.

**Tabela 3**

Bilhete	Preço por pessoa
Geral (11 aos 64 anos)	27€
Júnior (5 aos 10 anos)	19€
Sénior (> 64 anos)	19€
Infantil ( $\leq$ 4 anos)	Grátis

O Manuel dispõe de duas promoções, não acumuláveis entre si.

Promoção 1 – Bilhete Familiar, válido na compra simultânea de 2 bilhetes Gerais e de 2 ou 3 bilhetes Juniores, com o bilhete Geral vendido a 25 euros e o bilhete Júnior vendido a 16 euros.

Promoção 2 – 15% de desconto se efetuar a compra dos bilhetes *online*.

Qual das duas promoções será mais vantajosa para o Manuel?

Na sua resposta, apresente todos os cálculos que efetuar.

5. O parque inaugurou uma bilheteira *online* às zero horas do dia 10 de junho de 2000.

Admita que o número total de bilhetes vendidos, ao fim de  $t$  dias após a abertura da bilheteira *online*, é bem aproximado pelo modelo seguinte, com arredondamento às unidades.

$$b(t) = 140 + 602 \ln(0,5t + 2), \text{ com } 0 < t < 30$$

Por exemplo, ao fim de sete dias após a abertura da bilheteira *online*, tinham sido vendidos um total de 1166 bilhetes, uma vez que  $b(7) \approx 1166,26$

5.1. Quantos bilhetes foram vendidos no dia 12 de junho de 2000?

Na sua resposta, apresente todos os cálculos que efetuar.

5.2. A empresa *ComPromo* disponibilizou uma bilheteira *online*, na qual também é possível comprar bilhetes para o parque de diversões. As duas bilheteiras entraram em funcionamento no mesmo instante.

Admita que o número total de bilhetes vendidos pela bilheteira disponibilizada pela *ComPromo*, ao fim de  $t$  dias após a sua abertura, é bem aproximado pelo modelo seguinte, com arredondamento às unidades.

$$c(t) = 35e^{0,14t}, \text{ com } 0 < t < 30$$

Ao fim de quantos dias, após a abertura das duas bilheteiras, o número total de bilhetes vendidos na bilheteira *online* do parque foi, pela primeira vez, inferior ao número total de bilhetes vendidos na bilheteira disponibilizada pela *ComPromo*?

Para responder a esta questão, recorra às capacidades gráficas da sua calculadora e apresente:

- o(s) gráfico(s) visualizado(s) que lhe permite(m) resolver o problema;
- as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às décimas.

6. Na Tabela 4, está registado o número de utilizadores de uma das diversões do parque, nas duas primeiras semanas do mês de agosto de 2015.

**Tabela 4**

	SEG.	TER.	QUA.	QUI.	SEX.	SÁB.	DOM.
1. <sup>a</sup> semana	184	224	232	240	280	328	312
2. <sup>a</sup> semana	208	200	256	264	280	344	288

- 6.1. O valor da mediana dos dados apresentados na Tabela 4 resulta de cálculos entre os números de utilizadores da diversão \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_.

- (A) na quinta-feira da primeira semana ... na sexta-feira da primeira semana
- (B) no domingo da primeira semana ... na segunda-feira da segunda semana
- (C) na quarta-feira da segunda semana ... na quinta-feira da segunda semana
- (D) na quarta-feira da primeira semana ... no domingo da segunda semana

- 6.2. Admita que, nas duas primeiras semanas de agosto do ano seguinte, a média diária do número de utilizadores dessa diversão foi 292,5.

Determine a percentagem do aumento médio diário de utilizadores dessa diversão de um ano para o outro, nesse período.

- 6.3. A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção do número de utilizadores dessa diversão nos sábados e nos domingos, face ao total do número de utilizadores no período de tempo registado na Tabela 4, é 0,0407301.

Determine o nível de confiança desse intervalo.

Na sua resposta:

- apresente o valor da proporção arredondado às centésimas;
- caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, sete casas decimais;
- apresente o valor de  $z$  arredondado com três casas decimais.

6.4. Na Figura 2, está registada a variação do número de utilizadores dessa diversão em cada dia da terceira semana do mês de agosto de 2015, relativamente ao dia imediatamente anterior.

A variação do número de utilizadores da diversão na quarta-feira relativamente a terça-feira está representada na Figura 2 por  $k$ .

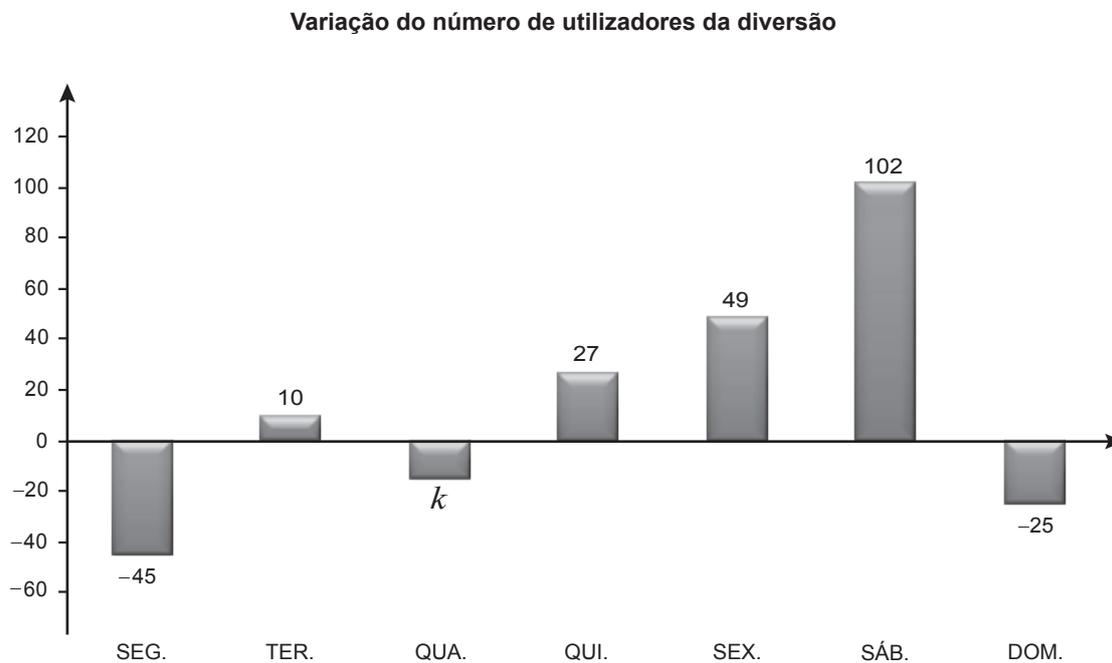


Figura 2

Relativamente aos utilizadores da diversão na terceira semana do mês de agosto, sabe-se ainda que um total de 734 pessoas a utilizou até quarta-feira (inclusive).

Determine o valor de  $k$ .

7. Na zona *Mountainspeed*, existem três montanhas-russas, a Anaconda, a Dragão e a Jaguar.

7.1. Num questionário aplicado às pessoas que utilizaram as três montanhas-russas, cada uma das pessoas indicou a sua preferência por uma e só uma das montanhas-russas. Concluiu-se que:

- 40% preferiam a Anaconda;
- 30% preferiam a Jaguar;
- das pessoas que preferiam a Anaconda, 30% eram mulheres;
- das pessoas que preferiam a Dragão, metade eram mulheres;
- das pessoas que preferiam a Jaguar, 45% eram mulheres.

Escolheu-se, ao acaso, uma das pessoas que respondeu ao questionário.

7.1.1. Qual é a probabilidade de essa pessoa ser homem e preferir a montanha-russa Anaconda?

- (A) 7%
- (B) 28%
- (C) 30%
- (D) 88%

7.1.2. Calcule a probabilidade de a pessoa escolhida preferir a montanha-russa Jaguar, sabendo-se que é mulher.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

7.2. Num certo dia, a Beatriz decidiu andar três vezes na montanha-russa.

Admita que, sempre que a Beatriz escolhe uma montanha-russa, 80% das vezes opta pela Jaguar.

Determine a probabilidade de, nesse dia, a Beatriz ter escolhido a Jaguar, no máximo, uma vez.

Apresente o resultado em percentagem.

**FIM**

## COTAÇÕES

Item														TOTAL
Cotação (em pontos)														
1.1.	1.2.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	6.3.	6.4.	7.1.1.	7.1.2.	7.2.	
5	20	15	15	15	20	15	5	15	20	15	5	20	15	200

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

**Prova 835**

1.<sup>a</sup> Fase

**Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais**

**Prova 835 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2017**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

**Critérios de Classificação**

10 Páginas

---

VERSÃO DE TRABALHO

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

### Itens de seleção

Nos itens de escolha múltipla, a cotação do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra correspondente.

### Itens de construção

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto tem em conta a organização dos conteúdos e a utilização adequada de vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e nos itens de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista.  Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte:  – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista;  – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.  Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.

Situação	Classificação
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

- 1.1. .... 5 pontos
- (A)
- 1.2. .... 20 pontos
- Calcular o divisor padrão (43,33) ..... 2 pontos
- Calcular as quotas padrão ..... (1 + 1 + 1) ..... 3 pontos
- Indicar a distribuição dos vales de refeição ..... (3 + 3 + 3) ..... 9 pontos  
[*Aquaspeed* (13); *Mountainspeed* (8); *Studiospeed* (6)]
- Concluir ..... 6 pontos  
[Havendo 27 vales de refeição, em vez de 26, a zona *Studiospeed* perderia um vale de refeição, o que conduziria a uma situação paradoxal.]
2. .... 15 pontos
- Comparar A com B ..... 4 pontos
- Apresentar o número de votos em A (309) ..... 2 pontos
- Apresentar o número de votos em B (1329) ..... 2 pontos
- Comparar B com C ..... 4 pontos
- Apresentar o número de votos em B (1036) ..... 2 pontos
- Apresentar o número de votos em C (602) ..... 2 pontos
- Comparar B com D ..... 4 pontos
- Apresentar o número de votos em B (911) ..... 2 pontos
- Apresentar o número de votos em D (727) ..... 2 pontos
- Identificar a ementa B como vencedora em qualquer uma das comparações (**nota**) ..... 1 ponto
- Concluir ..... 2 pontos  
[A ementa vencedora é a B.]
- Nota** – Se, na resposta, a ementa vencedora estiver implicitamente identificada, a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.
3. .... 15 pontos
- Identificar os vértices ..... 2 pontos
- Desenhar as arestas ..... 10 pontos
- Apresentar a quantidade mínima de cabo elétrico que é necessário instalar (1736 m) ..... 3 pontos

4. ....	<b>15 pontos</b>
Calcular a despesa caso seja utilizado o Bilhete Familiar (125 euros) .....	6 pontos
Calcular a despesa referente a 2 bilhetes Gerais e 3 bilhetes Juniores ao utilizar o Bilhete Familiar (98 euros) .....	4 pontos
Adicionar o valor de um bilhete Geral (27 euros).....	2 pontos
Calcular a despesa caso a compra seja feita <i>online</i> (117,3 euros) .....	7 pontos
Calcular a despesa referente a 3 bilhetes Gerais e 3 Juniores (138 euros) .....	4 pontos
Aplicar o desconto de 15% .....	3 pontos
Concluir .....	2 pontos
[A promoção mais vantajosa para o Manuel é a 2.]	

5.1. .... **20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

Identificar $t = 2$ .....	2 pontos
Escrever $b(2) = 140 + 602 \ln(0,5 \times 2 + 2)$ ( <b>nota</b> ).....	3 pontos
Obter o valor de $b(2)$ (801) .....	2 pontos
Identificar $t = 3$ .....	2 pontos
Escrever $b(3) = 140 + 602 \ln(0,5 \times 3 + 2)$ ( <b>nota</b> ).....	3 pontos
Obter o valor de $b(3)$ (894) .....	2 pontos
Escrever $b(3) - b(2)$ .....	4 pontos
Obter o número de bilhetes vendidos (93) .....	2 pontos

**2.º Processo**

Identificar $t = 2$ .....	2 pontos
Identificar $t = 3$ .....	2 pontos
Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora quando a resposta for obtida recorrendo às capacidades gráficas da calculadora .....	10 pontos
Apresentar o gráfico .....	2 pontos
Apresentar as coordenadas relevantes [(2; 801,...) e (3; 894,...)]..... (4 + 4) .....	8 pontos
Escrever $b(3) - b(2)$ .....	4 pontos
Obter o número de bilhetes vendidos (93) .....	2 pontos

### 3.º Processo

- Identificar  $t = 2$  ..... 2 pontos
- Identificar  $t = 3$  ..... 2 pontos
- Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora quando a resposta for obtida recorrendo a uma tabela ..... 10 pontos
- Apresentar a tabela utilizada ..... 2 pontos
- Apresentar as linhas relevantes ..... (4 + 4) ..... 8 pontos
- Escrever  $b(3) - b(2)$  ..... 4 pontos
- Obter o número de bilhetes vendidos (93) ..... 2 pontos
- Nota** – Se a expressão não for apresentada, mas a resolução permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a pontuação a atribuir nesta etapa não é desvalorizada.

5.2. .... 15 pontos

- Apresentar o gráfico ..... 4 pontos
- Apresentar as coordenadas relevantes [(28,2; 1812,7)] ..... 8 pontos
- Identificar o número de dias (29) ..... 3 pontos

6.1. .... 5 pontos

(C)

6.2. .... 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

#### 1.º Processo

- Determinar a média dos dados da Tabela 4 (260) ..... 7 pontos
- Determinar a diferença entre as duas médias (32,5) ..... 3 pontos
- Determinar a percentagem de aumento (12,5%) ..... 5 pontos

#### 2.º Processo

- Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora ..... 7 pontos
- Apresentar a(s) lista(s) com os dados da Tabela 4 ..... 3 pontos
- Determinar a média dos dados da Tabela 4 (260) ..... 4 pontos
- Determinar a diferença entre as duas médias (32,5) ..... 3 pontos
- Determinar a percentagem de aumento (12,5%) ..... 5 pontos

#### 3.º Processo

- Determinar a média dos dados da Tabela 4 (260) ..... 7 pontos
- Determinar o quociente entre as duas médias (1,125) ..... 5 pontos
- Obter a percentagem de aumento (12,5%) ..... 3 pontos

**6.3. .... 20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Determinar o valor de  $\hat{p}(0,35)$  ..... 5 pontos
- Identificar o valor de  $n(3640)$  ..... 1 ponto
- Escrever  $2 \times z \times \sqrt{\frac{0,35(1-0,35)}{3640}} = 0,0407301$  (ou equivalente) ..... 7 pontos
- Obter  $0,0158114z = 0,0407301$  (ou equivalente)..... 4 pontos
- Obter o valor de  $z(2,576)$  ..... 2 pontos
- Indicar o nível de confiança (99%) ..... 1 ponto

**2.º Processo**

- Determinar o valor de  $\hat{p}(0,35)$  ..... 5 pontos
- Identificar o valor de  $n(3640)$  ..... 1 ponto
- Escrever  $2 \times z \times \sqrt{\frac{0,35(1-0,35)}{3640}} = 0,0407301$  (ou equivalente) ..... 7 pontos
- Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora quando a resposta for obtida recorrendo às capacidades gráficas da calculadora ..... 5 pontos
  - Apresentar o gráfico ..... 2 pontos
  - Apresentar as coordenadas relevantes [(2,5759977; 0,0407301)] ..... 3 pontos
- Identificar o valor de  $z(2,576)$  ..... 1 ponto
- Indicar o nível de confiança (99%) ..... 1 ponto

**6.4. .... 15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Calcular o número de utilizadores na segunda-feira (243) ..... 4 pontos
- Calcular o número de utilizadores na terça-feira (253) ..... 4 pontos
- Calcular o número de utilizadores na quarta-feira (238) ..... 4 pontos
- Determinar o valor de  $k(-15)$  ..... 3 pontos

**2.º Processo**

- Calcular o número de utilizadores na segunda-feira (243) ..... 4 pontos
- Calcular o número de utilizadores na terça-feira (253) ..... 4 pontos
- Escrever  $243 + 253 + (253 + k) = 734$  (ou equivalente) ..... 4 pontos
- Determinar o valor de  $k(-15)$  ..... 3 pontos

7.1.1. .... 5 pontos

(B)

7.1.2. .... 20 pontos

Considerem-se os seguintes acontecimentos:

A: «O inquirido prefere a montanha-russa Anaconda»;

D: «O inquirido prefere a montanha-russa Dragão»;

J: «O inquirido prefere a montanha-russa Jaguar»;

M: «O inquirido é mulher».

Calcular  $P(J \cap M)$  ..... 4 pontos

Escrever  $P(J) = 0,3$  ..... 1 ponto

Escrever  $P(M | J) = 0,45$  ..... 1 ponto

Obter  $P(J \cap M)$  (0,135) ..... 2 pontos

Calcular  $P(M)$  ..... 12 pontos

Calcular  $P(A \cap M)$  ..... 4 pontos

Escrever  $P(A) = 0,4$  ..... 1 ponto

Escrever  $P(M | A) = 0,3$  ..... 1 ponto

Obter  $P(A \cap M)$  (0,12) ..... 2 pontos

Calcular  $P(D \cap M)$  ..... 6 pontos

Calcular  $P(D)$  (0,3) ..... 2 pontos

Escrever  $P(M | D) = 0,5$  ..... 2 pontos

Obter  $P(D \cap M)$  (0,15) ..... 2 pontos

Obter  $P(M)$  (0,405) ..... 2 pontos

Calcular  $P(J | M)$  ( $\frac{1}{3}$ ) ..... 4 pontos

**7.2.** ..... **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Determinar a probabilidade de a Beatriz não optar pela Jaguar, sempre que escolhe uma montanha-russa ..... 1 ponto

Determinar a probabilidade de a Beatriz nunca optar pela Jaguar ..... 5 pontos

Escrever  $0,2^3$  (ou equivalente) ..... 4 pontos

Obter o valor da probabilidade (0,008) ..... 1 ponto

Determinar a probabilidade de a Beatriz optar uma vez pela Jaguar ..... 7 pontos

Escrever  $3 \times 0,2^2 \times 0,8$  (ou equivalente) ..... (2 + 2 + 2) ..... 6 pontos

Obter o valor da probabilidade (0,096) ..... 1 ponto

Obter o valor pedido (10,4%) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora quando a resposta for obtida recorrendo a uma distribuição ..... 13 pontos

Caracterizar a distribuição binomial ( $B(3; 0,8)$ ) ..... 6 pontos

Determinar a probabilidade de a Beatriz ter optado pela Jaguar, no máximo, uma vez ..... 7 pontos

Obter o valor pedido (10,4%) ..... 2 pontos

**COTAÇÕES**

Item														TOTAL
Cotação (em pontos)														
1.1.	1.2.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	6.3.	6.4.	7.1.1.	7.1.2.	7.2.	
5	20	15	15	15	20	15	5	15	20	15	5	20	15	<b>200</b>